

## OTOKORELASYON DURUMUNDA EN KÜÇÜK KARELER TEKNİĞİNİN ALTERNATİFİ OTOREGRESYON TEKNİKLERİ VE BİR UYGULAMA

### AUTOREGRESSION TECHNIQUES ALTERNATIVE TO THE LEAST SQUARES TECHNIQUE IN THE PRESENCE OF AUTOCORRELATION AND AN APPLICATION

Doç. Dr. Ali Sait ALBAYRAK<sup>1</sup>

#### ÖZET

*En küçük kareler (EKK) regresyon analizi çeşitli istatistiksel varsayımlara dayanmaktadır. Bu varsayımlardan birisi model hatalarının birbirinden bağımsız olmasıdır. Ancak, zaman serilerine regresyon analizi uygulandığında model hataları genellikle zamanla ilişkili olduğundan bu varsayım sağlanamaz. Doğrusal regresyon modelinin dayandığı varsayımlar sağlanamadığı zaman EKK tekniği ile elde edilen sonuçlara güvenilmez. Hataların bağımsızlığı varsayımı sağlanamaması regresyon sonuçları üzerinde üç önemli etkisi vardır: Birincisi, parametrelerin istatistik anlamlılık testleri ile tahminlerin güven aralıkları doğru değildir. İkincisi, regresyon katsayılarının tahminleri etkin değildir. Üçüncüsü, model hatalarının ardışık bağımlı olması hataların model tahminlerinin geliştirilmesinde ilave bilgiler sağlayabileceğini gösterir. Bu çalışmada 11.01.2002 ile 10.08.2012 dönemine ait 553 haftalık zaman serileri kullanılarak makroekonomik değişkenleri (S&P endeksi, altın fiyatları, döviz kuru, faiz oranları) ile sermaye hareketlerinin (doğrudan yabancı yatırımlar ve yabancı portföy yatırımları) BIST-100 endeksi üzerine olan etkileri EKK ve otoregresyon teknikleri ile çözümlenerek karşılaştırılmaktadır.*

**Anahtar Kelimeler:** Otokorelasyon, Otoregresyon, Sermaye Hareketleri, Makroekonomik Göstergeler.

**JEL Kodları:** B41, C01, C13, M21.

#### ABSTRACT

*Ordinary least squares (OLS) regression analysis is based on several statistical assumptions. One key assumption is that the errors are independent of each other. However, with time series data, the OLS residuals usually are correlated over time. It is not desirable to use OLS analysis for time series data since the assumptions on which the classical linear regression model is based will usually be violated. Violation of the independent errors assumption has three important consequences for ordinary regression: First, statistical tests of the significance of the parameters and the confidence limits for the predicted values are not correct. Second, the estimates of the regression coefficients are not efficient. Third, since the ordinary regression residuals are not independent, they contain information that can be used to improve the prediction of future values. This study attempts to explain the effects of macroeconomic variables (such as gold prices, S&P index, currency parity and interest rates) and capital flows (such as foreign direct investment and foreign portfolio investment) on ISE-100 index using the 553 weekly time series data between 07.01.2005 to 03.02.2012 and compare OLS and autoregression results.*

**Key Words:** Autocorrelation, Autoregression, Capital Flows, Macroeconomic Indicators.

**JEL Codes:** B41, C01, C13, M21.

<sup>1</sup> Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı. E-Posta: [alisait.albayrak@erdogan.edu.tr](mailto:alisait.albayrak@erdogan.edu.tr)

## 1. GİRİŞ

En küçük kareler (EKK) regresyon tekniğiyle elde edilen tahminlerin güvenilirliği model hatalarının beklenen değerinin sıfır, ardışık olarak birbirinden bağımsız, sabit varyanslı ve normal dağılımlı olmasına bağlıdır. Kuramda doğrusal regresyon modellerinde hata terimleri arasındaki otokorelasyon<sup>2</sup> probleminin test edilmesinin önemi kabul edilmektedir. Otokorelasyon, diğer bir ifadeyle ardışık bağımlılık, birbirini izleyen hata birim değerleri arasında anlamlı bir ilişkinin bulunması durumu olarak tanımlanmakta ve regresyon analizinde istenmeyen durumu göstermektedir.<sup>3</sup> Birim değerlerinin birbirini etkilemesi, diğer bir anlamıyla birim değerlerinin birbirinden bağımsız olmaması regresyon analizinde hata terimleri arasında sistematik bir ilişkiye (ardışık bağımlılığa) yol açmaktadır. Hatalar arasında ardışık bağımlılık sorunu kesit ve zaman serileri ile kesit ve zaman serilerinin bir arada kullanıldığı panel verileri üzerinde çalışılması durumunda ortaya çıkabilmektedir. Fakat otokorelasyon sorunu daha çok zaman serileri üzerinde çalışılması durumunda karşılaşılan bir sorundur. Bu tip veriler arasındaki ardışık bağımlılık sorunu farklı yapısal özellikler taşımaktadır. Dolayısıyla, bu tip verilerle geliştirilen modellerde ardışık bağımlılık sorununun saptanması ve çözüm yöntemleri de farklılık arz etmektedir. Bu nedenle kesit ve panel verileriyle geliştirilen modellerdeki ardışık bağımlılık sorununun saptanması ve çözümü bu çalışmanın kapsamı dışındadır.

Bilindiği gibi en küçük kareler regresyon analizinin tahminlerinin güvenilirliği bu tekniğin varsayımlarının sağlanmasına bağlıdır. Bu varsayımların sınanmasında yaygın olarak bilinen analitik ve grafik testler vardır (Gujarati, 1995; Draper ve Smith, 1981). Pratikte EKK tekniğinin varsayımlarının test edilmesinde grafik testler oldukça popülerdir. Uygun bir regresyon modelinde, model hatalarının zamanyolu grafiği rassal bir dağılım sergileyip sistematik bir ilişki göstermemelidir. Uygun bir regresyon modelinin hataları sıfır ortalama ve belirli bir varyans ile normal dağılıma uymalıdır. Ayrıca model hataları bağımlı değişkenin tahmini değerleri ile önemli açıklayıcı değişkenler arasında da anlamlı sistematik bir ilişkinin olmaması gerekir. Bu nedenle model hataları tüm değişkenlerden bağımsız olmalı ve hataların çoğu tahminin standart hatasının  $\pm 2$  arasında yer almalıdır. Daha açık bir ifadeyle uygun bir regresyon modelinde model hataları ile bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki serpilme grafikleri sıfır ortalama etrafında dikdörtgensel bir dağılım göstermelidir. Sözelimi uygun olmayan bir regresyon modellerinde hata grafikleri geriye-ileriye doğru açılmış bir huni veya bunların birleşimi olan kum saatine benzer bir dağılım sergilemesi değişen varyans sorununa, rassal olmayan iniş veya çıkışlar (yay şeklinde bir dağılım) ardışık bağımlılık sorununun bir göstergesidir. İstatistikte, serilerin birim değerlerinin birbirinden bağımsızlığı (rassal dağılımı) en kritik varsayımlarından birisidir. Zaman serilerinin birim değerleri genellikle birbirine bağımlı olduğundan (birim değerleri birbirinin birikimli toplamı olduğundan) bu varsayım genellikle sağlanamamaktadır. Bu nedenle EKK regresyonunda birinci dereceden otokorelasyon sorunu olduğu zaman, Cochrane-Orcutt (CO), Prais-Winsten (PW) ve Maksimum Olabilirlik (ML) gibi alternatif otoregresyon yöntemleri kullanılmaktadır. Diğer kullanılan yöntemler arasında İki Aşamalı Durbin, Hildreth-Lu, Theil-Negar, Bayes, Doğrusal Olmayan En Küçük Kareler, Yule-Walker ve Yinelemeli Yule-Walker yöntemleri yer almaktadır (Gujarati, 1995). EKK regresyon analizinde olduğu gibi otoregresyon yöntemleriyle elde edilen sonuçların güvenilirliği değişen varyans, sabit varyans veya varsayılan robust standart hatalara göre kısıtlanmış model katsayılarının hesaplanması önemlidir.

<sup>2</sup> Kuramda otokorelasyon yerine “sıra korelasyonu” ve “ardışık bağımlılık” kavramları da kullanılmaktadır.

<sup>3</sup> Regresyon hata terimlerinin birbirinden bağımsızlığı,  $\rho > 1$  için kovaryans( $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}$ ) = 0 veya  $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t-1}) = 0$  olarak ifade edilmektedir.

## 2. ARDIŞIK BAĞIMLILIK

Hata terimleri arasındaki yıllık veya mevsimlik dönem farkı otokorelasyonun derecesini gösterir. Yıllık bir zaman serisinde  $t$  dönemi hataları sadece  $t-1$  dönemi hataları ile anlamlı bir ilişki göstermesi halinde birinci dereceden otokorelasyon söz konusu olmaktadır. Mevsimlik zaman serilerinde, mevsimlik dönemler arasındaki ardışık bağımlılık mevsimlik otokorelasyon olarak tanımlanmaktadır. Pratikte birinci dereceden otokorelasyon sorunuyla sıklıkla karşılaşılırken, ikinci veya daha yüksek dereceli otokorelasyon sorunuyla nadiren karşılaşılmaktadır. Aşağıdaki regresyon modelinin hata terimleri, birinci dereceden otoregresif bir süreci ( $AR(1)$ ) veya birinci dereceden otokorelasyonu göstermektedir.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t \quad \text{ve} \quad -1 < \rho < 1$$

Hata terimleri arasındaki ilişkinin yönünü ve derecesini gösteren  $\rho$  katsayısı birinci dereceden otokorelasyon katsayısı olarak adlandırılmaktadır. Bu katsayının işareti artı ise pozitif otokorelasyon, eksi ise negatif otokorelasyon söz konusudur. Katsayının işareti otokorelasyonun yönünü, mutlak büyüklüğü ise ilişkinin gücünü göstermektedir. Regresyon hata terimleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi ise modelde ikinci dereceden otokorelasyon [ $AR(2)$ ] söz konusudur.

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + v_t; \quad -1 < \rho_k < 1 \text{ ve } k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Genel olarak  $k$  dereceli ardışık bağımlılık modeli aşağıdaki gibi yazılır:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_k \varepsilon_{t-k} + v_t; \quad -1 < \rho_k < 1$$

Regresyon analizinde ardışık bağımlılık sorununun nedenleri arasında bağımsız değişkenlerin çeşitli nedenlerle model dışında tutulması, regresyon modelinin fonksiyonel yapısının doğru bir şekilde ifade edilememesi, bağımsız değişkenlere ilişkin verilerin toplanması aşamasında yapılan ölçüm hataları ve rassal faktörler gibi nedenlerden kaynaklanabilmektedir (Yamak ve Köseoğlu, 2006:472; Tari, 2006:197–199). Zaman serilerinde eksik birim değerlerinin çeşitli yaklaşımlarla tahmin edilmesi de hatalar arasında otokorelasyon sorununa yol açabilir. Diğer taraftan zaman serilerinin doğal yapısı ardışık bağımlılığın en temel nedenidir. Zaman serileri, eşit zaman aralıklarında birikimli olarak elde edildiğinden doğal olarak birim değerleri arasında ardışık bağımlılık ortaya çıkmaktadır. Model dışında bırakılan değişkenlerin birim değerleri zıt yönde hareket etmesi, dolayısıyla birbirlerinin etkilerini yok etmesi durumunda otokorelasyon sorunu önlenirken, aksi durumda otokorelasyon sorunu ortaya çıkmaktadır. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişkiler doğru olarak ifade edilmemesi ve verilerin ölçülmesi aşamasında işlenen sistematik hatalar (hep aynı yönde işleyen) da ardışık bağımlılık sorununa neden olabilmektedir.

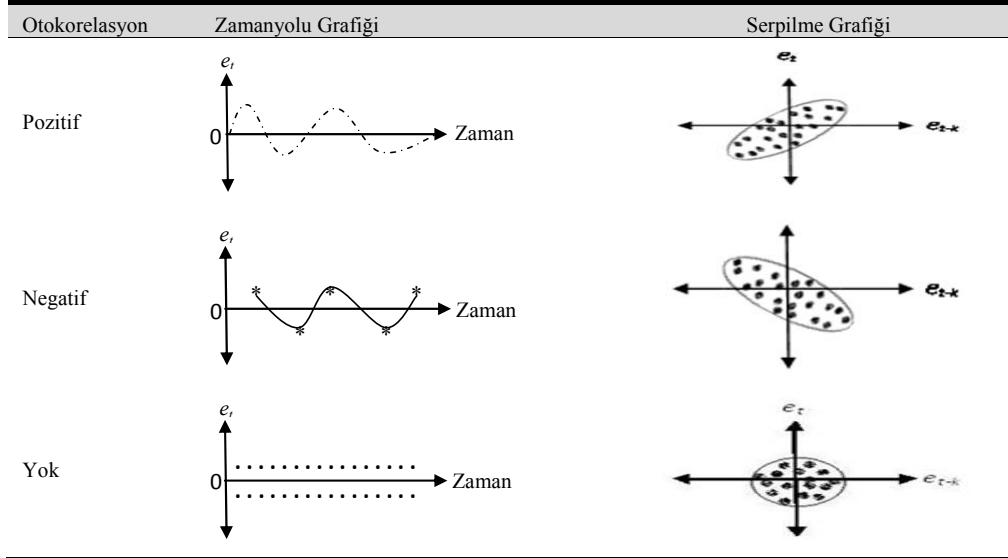
Otokorelasyonun nedeninin bilinmesi, sorunun çözümü için büyük önem taşımaktadır. Çünkü sorunun çözümü, otokorelasyonun gerçek nedenine göre saptanmaktadır. Kuramda otokorelasyon probleminin modelin fonksiyonel tipinin yanlış seçilmesinden veya modele alınması gereken açıklayıcı bir değişkenin model dışında tutulmasından kaynaklanması durumuna “sahte otokorelasyon” adı verilmektedir. Zira bu durumda otokorelasyon sorunu, hata terimlerinin gerçek yapısından kaynaklanmamaktadır. Hata terimlerinin gerçek yapısından kaynaklanan ardışık bağımlılığa “gerçek otokorelasyon” adı verilir.

Genel olarak, otokorelasyon durumunda klasik en küçük kareler tekniği ile elde edilen tahminlere ait varyans-kovaryans matrisi geçerliliğini kaybetmekte ve modelde açıklayıcı değişken olarak bağımlı değişkenin geciktirilmiş değerlerinin kullanılması durumunda

tutarsız sonuçlar vermektedir (Godfrey, 2007:3282). Birinci dereceden otokorelasyonun saptanmasında en çok bilinen ve en yaygın kullanılan istatistik Durbin-Watson (1950, 1951) tarafından önerilen  $DW$  istatistiğidir. Fakat Maddala (2001:230), Davidson ve MacKinnon (2004:280–281), Yamak ve Köseoğlu (2006:474–476) ve Tarı (2006:201–204) gibi birçok kaynakta belirtildiği gibi, Durbin-Watson (bundan böyle  $DW$ ) istatistiği önemli zayıf yönleri vardır.  $DW$  istatistiği, sadece birinci dereceden otokorelasyon probleminin saptanmasında kullanılabilen ve modelde bağımlı değişkenin geciktirmiş birim değerleri açıklayıcı değişken olarak kullanıldığı modellerde kullanılması uygun değildir.  $DW$  istatistiği ayrıca orijine göre tanımlanmış regresyon modellerinde geçerliliğini kaybetmektedir.  $DW^4$  istatistiği ( $d$  sıfır ile kritik alt tablo değeri arasında ( $0-d_L$ ) ise anlamlı pozitif,  $4-d_L$  ile 4 bölgesinde yer alıyorsa anlamlı negatif otokorelasyon söz konusudur.  $DW$  istatistiği ( $d$ ), alt ve üst kritik tablo değerleri arasında ise belirsiz pozitif, alt ve üst kritik tablo değerlerinin dörtten çıkartılarak elde edilen aralıkta yer alıyorsa belirsiz negatif otokorelasyon söz konusu olmaktadır (Fahidy, 2006).  $DW$  istatistiğinin bu zayıf yönleri yıllık zaman serilerinde düzeltilen de mevsimlik zaman serilerinde testin gücünü önemli ölçüde azaltmaktadır (Bk. Godfrey, 2007). Günümüzde yaygın olarak mevsimlik ve aylık zaman serileri kullanılarak tahmin ve öngörü yapılmaktadır. Bu durum  $DW$  istatistiğinin bu zayıf yönünü önemli kılmaktadır. Ayrıca geciktirilmiş regresyon modelleri günümüzde yaygın bir şekilde kullanıldığından,  $DW$  istatistiğine ilişkin ikinci kısım da önemli hale gelmektedir.

Şekil 1'deki grafiklerde görüldüğü gibi, hatalar belirli bir dönem hep artıyor veya azalıyor ise pozitif otokorelasyon; hata terimleri genelde bir pozitif bir negatif olacak şekilde sürekli değişiyorsa negatif otokorelasyon sorunu söz konusu olmaktadır. Hata terimleri arasında sistematik bir ilişki belirlenememesi durumunda ise, otokorelasyon sorunu olmadığına karar verilmektedir.

**Şekil 1: Tipik Ardışık Bağımlılık (Otokorelasyon) Grafikleri**



<sup>4</sup>  $DW=d=2$  ise,  $\rho = 0$  olmakta ve bu durumda hatalarda arasında tam ardışık bağımsızlık söz konusudur. Pozitif otokorelasyon durumunda  $\rho > 0$  ve  $d < 2$  olmakta ve bu durumda genellikle  $d < 1$  ise anlamlı pozitif ardışık bağımlılık sorunu söz konusu olmaktadır. Negatif otokorelasyon durumunda ise  $\rho < 0$  ve  $d > 2$  olmakta ve genellikle  $d > 3$  olması durumunda anlamlı negatif ardışık bağımlılık sorunuyla karşılaşmaktadır (Meek vd, 1999:13).

### C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoresyion Teknikleri ve Bir Uygulama

Ardışık bağımlılık probleminin sonuçları şu şekilde özetlenebilir: Hata terimleri arasında ardışık bağımlılık söz konusu ise, anakütle parametrelerinin tahminleri ile standart hataları bundan olumsuz bir şekilde etkilenmektedir. Ardışık bağımlılık durumunda kısmi regresyon katsayıları yansızlık (sapmasızlık) ve tutarlılık özelliğini korurken etkinlik (minimum varyanslı) olma özelliğini kaybetmektedir. Tahminler etkin olmadığından, en iyi doğrusal tahmin edici olma (BLUE=Best Linear Unbiased Estimators) özelliğini kaybetmektedir. Otokorelasyon durumunda hata teriminin varyansı gerçek değerinden daha küçük olarak elde edildiğinden, regresyon katsayılarının standart hataları küçük olarak elde edilir. Bu durum kısmi regresyon katsayılarının anlamlılık testleriyle ilgili yanıltıcı sonuçlara yol açmaktadır. Daha genel bir ifadeyle otokorelasyon durumunda güven aralıkları ile öngörü değerlerinin etkinlik özelliği, bağımsız değişkenlerin bireysel anlamlılığını gösteren kısmi  $t$ -testleri ve modelin genel anlamlılığını gösteren  $F$ -testi geçerliliğini kaybetmektedir. Diğer taraftan otokorelasyon durumunda hata teriminin varyansı gerçek değerinden her zaman daha küçük olarak elde edildiğinden belirlilik ( $R^2$ ) istatistiği gerçek değerinden daha büyük olarak elde edilmekte ve bunun bir sonucu  $F$  istatistiği ve kısmi anlamlılık ( $t$ ) testleri geçerliliğini kaybetmektedir. Ayrıca durağan olmayan ve dolayısıyla otokorelasyon problemi taşıyan seriler EKK tekniği ile çözümlenmesi durumunda hesaplanan regresyon katsayılarının işaretleri beklenen işaretleriyle çelişebilmektedir.

Doğrusal regresyon analizinde otokorelasyon sorununun saptanmasında en yaygın olarak grafik yöntem ve  $DW$   $d$ -istatistiği (1950, 1951) kullanılmaktadır. Diğer önemli yöntemler arasında Durbin- $h$  (1970), Breusch-Godfrey  $LM$  (1978), Ljung-Box  $Q$  (1978), Rao  $F$  (1973) ve genellikle küçük hacimli örneklem için akış testi (runs test) testleri yer almaktadır.<sup>5</sup> Akış testinde, akış sayısının beklenenden az olması pozitif otokorelasyonu gösterirken, akış sayısının beklenenden fazla olması negatif otokorelasyon sorunu gösterir (Meek vd, 1999). Bağımlı değişkenin geciktirilmiş birim değerleri bağımsız değişken olarak kullanıldığı modeller ile ikinci veya daha üst düzeydeki otokorelasyon sorununun ve saptanmasında Breusch (1978) ve Godfrey (1978) tarafından önerilen Lagrange Çarpımı (Lagrange Multiplier=LM) testi yaygın olarak kullanılmaktadır (Yamak ve Köseoğlu, 2009).

### 3. OTOKORELASYON SORUNU VE OTOREGRESYON YÖNTEMLERİ

EKK regresyon analizinde hata terimleri arasında birinci dereceden ardışık bağımlılık sorunu çözmek için kullanılan yöntemlere kuramda otoresyion yöntemleri adı verilmektedir. Bu yöntemlere arasında Yinelemeli Cochrane-Orcutt, Prais-Winsten, Maksimum Olabilirlik, İki Aşamalı Durbin, Hildreth-Lu, Theil-Negar, Bayes, Doğrusal Olmayan En Küçük Kareler, Yule-Walker ve Yinelemeli Yule-Walker yöntemleri yer almaktadır (Gujarati, 1995). Bu yöntemler arasından en yaygın kullanılanlar ise Yinelemeli Cochrane-Orcutt, Prais-Winsten ve Maksimum Olabilirlik yöntemleridir. IBM SPSS 21 istatistik programıyla bu üç yöntem makro komutları (sentaks) ile elde edilebilmektedir. STATA istatistik programıyla Yinelemeli Cochrane-Orcutt ve Prais-Winsten yöntemleri elde edilebilmekte ve Cochrane-Orcutt ve Prais-Winsten teknikleri için sabit veya değişen varyans varsayımları altında en uygun olan robust otoresyion katsayılarının tahmin edilebilmesine de imkân tanımaktadır. Pratikte Prais-Winsten yöntemi, genelde Cochrane-Orcutt yöntemine tercih

<sup>5</sup> Birçok istatistik paket programıyla Durbin-Watson- $d$  istatistiği elde edilebilirken, akış testi (Run Test) elde edilememektedir. Fakat akış testi SPSS istatistik programıyla hesaplanabilmektedir. Örneklem hacmi 20'den küçük ise, hazır akış tabloları kullanılabilir. Örneklem hacmi büyük olduğunda normal dağılım yaklaşımı ile asimptotik  $p$ -değerleri hesaplanabilmektedir (Bkz. Draper ve Smith, 1981, Bölüm 3). SPSS istatistik programıyla asimptotik  $p$ -değerleri ve tekrarlı örneklem tekniğine dayanan Monte Carlo  $p$ -değerinin hesaplanmasının yanında, küçük örneklem hacimlerinde kesin  $p$ -değerleri de kolayca hesaplanabilmektedir.

edilmektedir. Aşağıda birinci dereceden ardışık bağımlılık sorununun çözümünde en yaygın olarak kullanılan Cochrane-Orcutt ve Prais-Winsten yöntemlerinin teknik ayrıntıları kısaca açıklanmaktadır.

### 3.1. Cochrane-Orcutt Yöntemi

EKK modeli, model hatalarının birbirinden bağımsız olduğunu varsaymaktadır. Bu model aşağıdaki gibi ifade edilebilir (SPSS Inc, 2010:34-37).

$$Y_t = b_0 + \sum_{i=1}^p b_i X_{ti} + u_t \quad t = 1, 2, \dots, n \text{ ve } u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Burada  $\varepsilon_t$ , sıfır ortalama ve  $\sigma^2$  varyansla birim değerleri birbirinden bağımsız rassal bir değişkeni göstermektedir. Hata terimleri  $u_t$  birinci dereceden otoregresif bir süreçtir. Sabit terim modelde tutulabileceği gibi modelden çıkartılabilir. Aşağıdaki açıklamalarda modelde sabit terim yoksa değeri sıfır kabul edilmekte ve hesaplamalarda dikkate alınmamaktadır. Yukarıdaki (1) numaralı eşitlik, aşağıdaki (2) ve (3) numaralı eşitlikler gibi iki farklı şekilde yazılabilmektedir.

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = b_0(1 - \rho) + \sum_{i=1}^p b_i (X_{ti} - X_{(t-1)i}) + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$Y_t - b_0 - \sum_{i=1}^p b_i X_{ti} = \rho \left( Y_{t-1} - b_0 - \sum_{i=1}^p b_i X_{(t-1)i} \right) + \varepsilon_t \quad (3)$$

Burada  $t=2, \dots, n$  için (2) numaralı eşitlik  $Y_t^* = Y_t - \rho Y_{t-1}$  ve  $X_t^* = X_{ti} - \rho X_{(t-1)i}$  için aşağıdaki (2\*) numaralı eşitlik gibi yeniden yazılabilir:

$$Y_t^* = b_0(1 - \rho) + \sum_{i=1}^p b_i X_{ti}^* + \varepsilon_t \quad (2^*)$$

(2\*) numaralı eşitlikte verilen  $Y_t^*$  ve  $X_t^*$  ifadeleri  $\rho$ 'ya bir başlangıç değeri verilerek  $b_0$  ve  $b_i$  kısmi regresyon katsayılarını tahmin etmek için, (2\*) numaralı eşitliğe EKK tekniği uygulanır. Hesaplanan tahminler (3) numaralı eşitlikte yerine konularak  $\hat{\rho}$  ve  $\hat{\rho}'$ 'nin standart hatasının tahminleri güncellenir. İstatistik paket programlarında  $\rho$  için 0-1 arasında bir başlangıç değeri girilebileceği gibi programın varsayılan değeri olarak sıfır değeri verilebilmektedir. EKK tekniği kullanılarak  $b_0$  (sabit terime modelde yer verilmişse) ve  $b_i$  için ilk tahminler elde edilir.

EKK regresyon analizinin sonuçları arasında yer alan ANOVA tablosunda model serbestlik derecesi (1) numaralı eşitlikteki bağımsız değişken ( $X_i$ ) sayısını gösteren  $p$  iken, hata teriminin serbestlik derecesi,  $p^*$  (1) numaralı eşitlikteki kısmi regresyon katsayıları sayısını göstermek üzere,  $\rho \neq 0$  ise  $n-p^*-1$  ve diğer durumlarda  $n-p^*$  olarak hesaplanır. Ayrıca hata kareleri toplamı (HKT), hata kareleri ortalaması (HKO) gibi regresyon analizindeki diğer istatistikler hesaplanır. Her yinelemede  $\rho$ ,  $\rho'$ 'nin standart hatası,  $DW$  istatistiği ve hata kareleri ortalaması aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoresresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

$$\hat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^n \tilde{u}_t \tilde{u}_{t-1}}{\sum_{t=1}^n \tilde{u}_t^2} \quad SE(\hat{\rho}) = \sqrt{\frac{1 - \hat{\rho}^2}{n - p^* - 1}}$$

$$DW = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (\tilde{\varepsilon}_{i+1} - \tilde{\varepsilon}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\tilde{\varepsilon}_i^2)} \quad HKO = \frac{\sum_{t=2}^n (\tilde{u}_t - \hat{\rho} \tilde{u}_{t-1})^2}{n - p^* - 2}$$

Burada modelde sabit terim varsa  $p^* = p + 1$  ve modelde sabit terim yoksa  $p^* = p$ 'dir.  $\tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{(1 - \hat{\rho}^2)} * \tilde{u}_i$  ve  $\tilde{\varepsilon}_i = \tilde{u}_i - \hat{\rho} \tilde{u}_{i-1} \rightarrow i = 2, \dots, n'$  dir ve  $\tilde{u}_t$  değerleri (1) numaralı eşitlik ile elde edilmektedir. Parametrelerin tahminlerindeki belirlenen veya varsayılan değerden (0,001) küçük ile belirlenen veya varsayılan yineleme sayısına (SPSS programında 10) ulaşılması durumunda yinelemelere son verilmektedir.

SPSS programıyla her bir birim değeri için tahmin (ve/veya öngörü) değerleri (*FIT*), tahmin (ve/veya öngörü) hataları (*ERR*), tahminin (ve/veya öngörünün) standart hatası (*SEP*) ve nokta tahmininin alt ve üst güven sınırları (*LCL* ve *UCL*) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.<sup>6</sup>

$\tilde{Y}_1 = \hat{Y}_1$  ve  $\tilde{Y}_t = \hat{Y}_t + \hat{\rho} \tilde{u}_{t-1} \quad t = 2, \dots, n$ . Burada  $\hat{\rho}$ ,  $\rho$ 'nun nihai tahminidir.

$$\tilde{Y}_t = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^p \hat{b}_i X_{ti} \quad \text{ve} \quad \tilde{u}_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad t = 1, 2, \dots, n' \text{ dir.}$$

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \sqrt{1 - \hat{\rho}^2} (Y_1 - \hat{Y}_1) \quad \text{ve} \quad \tilde{\varepsilon}_t = Y_t - \tilde{Y}_t \quad (t = 2, \dots, n)$$

$$SEP_1 = \sqrt{HKO} * \sqrt{\left( \frac{1}{1 - \hat{\rho}^2} + \tilde{h}_1 \right)}$$

$$SEP_t = \sqrt{HKO} * \sqrt{(1 + \tilde{h}_t)} \quad (t = 2, \dots, n.)$$

Burada  $\tilde{h}_t = \mathbf{X}_t (\mathbf{X}^{*'} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}_t'$  ve  $\mathbf{X}_t$ , ( $2^*$ ) numaralı eşitlikte sabit terim olması durumunda  $i$ . zaman noktasında birinci bileşeni 1 olan açıklayıcı değişken vektörünü;  $\mathbf{X}^*$  ise, ( $2^*$ ) numaralı eşitlik için  $(n - 1)p^*$  boyutlu bir tasarım matrisini göstermektedir. ( $2^*$ ) numaralı eşitlik sabit terim içeriyorsa ilk sütun  $1 - \hat{\rho}$  değerine sahiptir. Gelecekteki  $k$  dönem sonraki zaman noktasının öngörü aralığı  $1 - \alpha$  güven aralığında aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$P\left(\hat{Y}_{t+k} - t_{n-p^*-1; \alpha/2} * SEP_{t+k} \leq Y_{t+k} \leq \hat{Y}_{t+k} + t_{n-p^*-1; \alpha/2} * SEP_{t+k}\right) = 1 - \alpha$$

Diğer çoklu korelasyon katsayısı  $R$  ve çoklu belirlilik katsayısı  $R^2$  gibi istatistikler normal EKK tekniğinde olduğu gibi hesaplanmaktadır.

<sup>6</sup> Parantez içerisindeki ifadeler otoresresyon yöntemleriyle SPSS ortamında türetilen değişkenlere otomatik olarak verilen simgeleri göstermektedir.

### 3.2. Prais-Winsten Yöntemi

Prais-Winsten yöntemi, Cochrane-Orcutt yönteminin düzeltilmiş şeklidir. Ardışık bağımlılık sorununu düzeltmede Prais-Winsten yöntemi Cochrane-Orcutt yöntemine genelde tercih edilmektedir. Bu yöntemde denemelerde ilk gözlem değerinin alacağı değer kesindir. Böylece  $(2^*)$  eşitliğine aşağıdaki eşitlik ilave edilerek model aşağıdaki gibi ifade edilir (SPSS Inc, 2010:37-38):

$$(1-\rho)Y_1 = b_0(1-\rho) + \sum_{i=1}^p b_i(1-\rho)X_{1i} + (1-\rho)u_1$$

$$Y_t^* = b_0(1-\rho) + \sum_{i=1}^p b_i X_{ti}^* + \varepsilon_t \quad (4)$$

Cochrane-Orcutt yönteminde olduğu gibi, araştırmacı  $\rho$  için bir başlangıç değeri belirleyebileceği gibi program tarafından varsayılan değer olan sıfır değeri de kullanılabilir. Yinelemelerde parametre tahminleri ağırlıklı en küçük kareler (AEKK) tekniği ile elde edilir. AEKK hesaplamalarında kullanılan ağırlıklar  $w_1 = (1 - \hat{\rho}^2)/(1 - \hat{\rho})^2$  ve  $w_i = 1$  ( $i = 2, \dots, n$ ).  $\varepsilon_t$  ve  $\hat{\rho}$  istatistiklerinin varyansı AEKK yönteminde olduğu gibidir. AEKK yöntemi kullanılarak ilk parametre tahminleri elde edilir. ANOVA tablosunda model ve hata teriminin serbestlik dereceleri sırasıyla  $p$  ve  $n-p^*$ 'dir. Her yinelemede  $\rho$ ,  $\rho'$ 'nun standart hatası,  $DW$  istatistiği ve hata kareleri ortalaması Cochrane-Orcutt yönteminde olduğu gibi hesaplanmaktadır.

Her bir birim değeri için tahmin (ve/veya öngörü) değerleri ( $FIT$ ), tahmin (ve/veya öngörü) hataları ( $ERR$ ), tahminin (ve/veya öngörünün) standart hatası ( $SEP$ ) ve nokta tahmininin alt ve üst güven sınırları ( $LCL$  ve  $UCL$ ) aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. Bununla birlikte model hatalarının serbestlik derecesi  $n-p^*-1$ 'dir. Her bir birim değeri için aşağıdaki istatistikler hesaplanmaktadır:

$$SEP_1 = \sqrt{HKO} * \sqrt{\left(\frac{1}{1-\hat{\rho}^2} + \tilde{h}_1\right)}$$

$$SEP_t = \sqrt{HKO} * \sqrt{(1 + \tilde{h}_t)} \quad (t = 2, \dots, n.)$$

Burada  $\tilde{h}_t = \mathbf{X}_t (\mathbf{X}^* \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}_t'$  ve  $\mathbf{X}_t$ ,  $i$ . zaman noktasında açıklayıcı değişken vektörünü;  $\mathbf{X}^*$  ise, (4) numaralı eşitlik için  $n.p^*$  boyutlu bir tasarım matrisini göstermektedir. Modelde sabit terim varsa,  $\mathbf{X}^*$ 'in ilk sütun  $1 - \hat{\rho}$  sabit değerine sahiptir.  $\mathbf{X}^*$  matrisinin ilk satırı  $\sqrt{(w_1)}(X_{11}, \dots, X_{1p})$  ve  $p^* = p + 1$ 'dir. Gelecekteki  $k$  dönem sonraki zaman noktasının öngörü aralığı  $1 - \alpha$  güven aralığında aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır.

$$P\left(\hat{Y}_{t+k} - t_{n-p^*; \alpha/2} * SEP_{t+k} \leq Y_{t+k} \leq \hat{Y}_{t+k} + t_{n-p^*; \alpha/2} * SEP_{t+k}\right) = 1 - \alpha$$

Diğer çoklu korelasyon katsayısı  $R$  ve çoklu belirlilik katsayısı  $R^2$  gibi istatistikler normal EKK tekniğinde olduğu gibi hesaplanmaktadır.

### 4. SPSS İLE OTOREGRESYON YÖNTEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Tablo 1'de IBM SPSS 21 programıyla otoregresyon yöntemlerini elde edebilmek için gerekli olan makro komutları yer almaktadır.



## C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoregresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

AREG komutu, EKK regresyon modelinin hataları arasında birinci dereceden ardışık bağımlılık sorununu [AR(1)] çözmek amacıyla kullanılması uygundur. SPSS 21 istatistik paket programı araştırmacılara sadece makro komutları ile elde edilebilen en önemli üç farklı otoregresyon yönteminin kullanılmasına imkân tanımaktadır. Bu yöntemler şunlardır: Prais-Winsten (Johnston, 1984), Cochrane-Orcutt (Johnston, 1984) ve Maximum-Likelihood (Kohn ve Ansley, 1986).<sup>7</sup> SPSS programında varsayılan tanımlamalara göre sonuçları elde edebilmek için AREG ve WITH komutuyla birlikte bağımlı ve bağımsız değişkenlerin modelde tanımlanması ilk adım için yeterli ve zorunlu koşuldur.<sup>8</sup>

**Tablo 1: Otoregresyon Yöntemleri ve SPSS Makro (Sentaks) Komutları**

```
AREG [VARIABLES=] Bağımlı Değişkenin Adı WITH Bağımsız Değişkenlerin Adı
  [/METHOD={PW**}]
    {CO}
    {ML}
  [/{CONSTANT**}]
    {NOCONSTANT}
  [/RHO={0**}]
    {Değer}
  [/MXITER={10**}]
    {n}
  [/APPLY [= 'Model Ad'] [{SPECIFICATIONS}]]
    {INITIAL}
    {FIT}
```

\*\* Alt komut tanımlanmamışsa varsayılan yöntem, komut veya değerdir.

AREG komutu yazıldıktan sonra, WITH komutundan önce bağımlı değişken, WITH komutundan sonra ise bağımsız değişkenler aralarına birer boşluk bırakılarak yazılarak ilk sonuçlar elde edilebilir. Köşeli parantez içinde ([...]) yer alan komutlar için hiç tanımlama yapılmayabilir. Küme parantezi içindeki ({...}) komutlar ise alternatif kullanılacak komutları ifade etmektedir. Ayrıca köşeli parantez içindeki komutlar bir sentaks dosyasında ayrı AREG komutu ile kullanılmak üzere birden çok tekrar edilerek, sözcüğümleri PW, CO ve ML yöntemlerinin sonuçları aynı anda elde edilebilmektedir. Fakat VARIABLES komutu sadece bir kez kullanılabilir. CONSTANT, NOCONSTANT komutları ile orijinden geçen (CONSTANT) ve orijinden geçmeyen (NOCONSTANT) regresyon tahmin denklemleri elde edilebilir. MXITER çözümlenmelerde kullanılacak maksimum yinleme sayısını göstermektedir. Varsayılan değer 10 ise de, yinleme sayısı olarak herhangi bir pozitif tamsayı (n) modele girilebilir. Prais-Winsten (PW) ve Cochrane-Orcutt (CO) her yinleme için rho ( $\rho$ ) değerleri (-1 ile +1 arasında bir değer alır), her yinlemedeki istatistikleri, EKK regresyon analizinin sonuçları ile PW ve CO tahmin yöntemlerinin tahminleri elde edilebilmektedir. Maksimum-benzerlik yöntemi (ML) için, düzeltilmiş kareler toplamı, her yinlemedeki Marquardt sabiti ile nihai parametre tahminleri, regresyon istatistikleri, korelasyon ve kovaryans matrisleri, Akaike Bilgi Ölçütü (AIC=Akaike's Information Criterion; Akaike, 1974) ve Schwartz Bayes Ölçütü (SBC=Schwartz's Bayesian Criterion; Schwartz, 1978) elde

<sup>7</sup> Prais-Winsten (PW) ve Cochrane-Orcutt (CO) yöntemlerinde, zaman serisinin sadece başından veya sonunda eksik birim değerlerine izin verilir ve genelde PW yöntemi CO yöntemine tercih edilir. Bağımlı değişkenin geciktirilmiş serileri açıklayıcı değişken olarak modelde yer alıyorsa, Maximum-Likelihood (ML) yönteminin kullanılması uygundur. Ayrıca ML yönteminde serisinin herhangi bir zaman noktasında eksik verilere izin verilmektedir.

<sup>8</sup> Örneğin uygulama bölümünde modelde kullanılan değişkenler için varsayılan otoregresyon yöntemi olan PW tekniği sonuçlarını elde etmek için sentaks editöründe komutlar şu şekilde yazılır: **AREG BIST WITH SPE CAL DAK MFO DYY PRY**. Burada BIST modelin bağımlı değişkenini ve SPE CAL DAK MFO DYY PRY değişkenleri ise modelin açıklayıcı değişkenlerini göstermektedir.

edilebilmektedir. AREG komutu çalıştırıldığında tahmin ve öngörü değerleri ( $FIT\#1$ ), model hataları ( $ERR\#1$ ), alt güven sınırları ( $LCL\#1$ ), üst güven sınırları ( $UCL\#1$ ) ve tahminin veya öngörünün standart hataları ( $SEP\#1$ ) aktif veri editörüne otomatik olarak kaydedilmektedir.

## 5. UYGULAMA: MAKROEKONOMİK GÖSTERGELER İLE SERMAYE HAREKETLERİNİN BIST-100 ENDEKSİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Araştırma veri setinde çok güçlü birinci derece pozitif otokorelasyon sorunu olduğundan en küçük kareler tekniği ile elde edilen sonuçlar güvenilirlik, durağanlık ve en uygun tahmin olma özelliklerini kaybetmektedir. Bu nedenle bu bölümde makroekonomik göstergeler ile sermaye hareketlerinin BIST-100 endeksi üzerindeki etkisi uygun olan Prais-Winsten otoregresyon yöntemiyle çözümlenerek, elde edilen sonuçlar EKK tekniği sonuçları ile karşılaştırılmaktadır.

### 5.1. Veri Seti ve Araştırma Modeli

Araştırmada makroekonomik göstergelere olarak Bir Hafta Geciktirilmiş Standart & Poors Endeksi ( $SPE_{t-1}$ ), Cumhuriyet Altınının Satış Fiyatı ( $CAL$ ,  $TL/Adet$ ), TL/ABD Dolar Kuru ( $DAK$ ) ve Üç Hafta Ötelenmiş 12 Ay Vadeli Ağırlıklı Mevduat Faiz Oranı ( $MFO_{t+3}$ ) kullanılmıştır. Sermaye hareketi göstergeleri arasında ise Doğrudan Yabancı Yatırımlar ( $DYY$ , Milyon Dolar) ve Bir Hafta Geciktirilmiş Yabancı Portföy Yatırımları ( $PRY_{t-1}$ , Milyon Dolar) değişkenleri yer almaktadır.

S&P-500 borsa endeksi, Standart & Poors tarafından yapılmaktadır. Endeks 500 büyük Amerikan şirketini kapsamakta ve Amerikan hisse senedi piyasasının yaklaşık %75'ini kapsamaktadır. Endeks hisse senedi borsaları için de bir gösterge niteliğindedir. Endeks, Türkiye menkul kıymet borsalarının, uluslararası piyasalarla bütünleşme derecesini ortaya koyması açısından da önemli bir göstergedir.

Çalışmada kullanılan değişkenler üzerinde 11.01.2002 ile 10.08.2012 tarihleri arasındaki 553 haftalık veriler kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan değişkenlerle ilgili özet bilgiler Tablo 2'de sunulmuştur.

**Tablo 2: Regresyon Analizinde Kullanılan Değişkenler**

Simge	Değişkenin Açık İfadesi	Değişkenin Tipi
$BIST$	Kapanış Fiyatlarına Göre BIST-100 Endeksi (Ocak 1986=1)	Bağımlı
$SPE$	Bir Hafta Geciktirilmiş Standart & Poors Endeksi ( $t-1$ )	Bağımsız /ME
$CAL$	Cumhuriyet Altını Satış Fiyatı (TL/Adet)	Bağımsız /ME
$DAK$	TL/ABD Dolar Kuru	Bağımsız /ME
$MFO$	Üç Hafta Ötelenmiş 12 Ay Vadeli Ağırlıklı Mevduat Faiz Oranı ( $t+3$ )	Bağımsız /ME
$DYY$	Doğrudan Yabancı Yatırımlar (Milyon Dolar)	Bağımsız /SH
$PRY$	Bir Hafta Geciktirilmiş Yabancı Portföy Yatırımları (Milyon Dolar, $t-1$ )	Bağımsız /SH

**Not:** Tabloda ME, Makroekonomik ve SH, Sermaye Hareketi Değişkeninin Göstermektedir.

Genel olarak döviz kuru ile hisse senedi fiyatları arasında negatif yönlü bir ilişki olduğu ileri sürülmektedir. Döviz kurundaki yükselme, hisse senedinin reel verimini olumsuz olarak etkilediğinden, hisse senetlerinin değerini düşürmektedir. Döviz kurundaki bir düşüş ise tersi bir sonuç doğurmaktadır (İpekten ve Aksu, 2009). Teorik olarak hisse senedi ile döviz rakip iki mal olarak düşünüldüğünde, döviz kurundaki artış hisse senedine olan talebi azaltacağından, hisse senedi fiyatı düşecektir. Bu durum bu iki değişken arasında negatif yönlü bir ilişkinin varlığını doğurur. Faiz oranlarındaki büyük yükselişler, borsa endekslerinde büyük çöküşlere yol açtığı görülmektedir. Diğer taraftan faiz oranlarında önemli düşüşler,

## C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoregresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

yatırımcıların hisse senedi piyasalarına geçişlerini kolaylaştırmaktadır (Madura, 1998). Hisse senedine alternatif olacak bir başka yatırım aracı, aynı zamanda bir değer koruma aracı olan altındır. Altın hisse senedine rakip bir mal olarak düşünüldüğünde, birinin fiyatı arttığında diğerinin fiyatının azalacağı beklenir. Fakat yapılan çalışmalar bu durumu destekleyen sonuçları her zaman ortaya koymamaktadır.

Teorik olarak yatırımcılar, yatırımlarından elde edecekleri kazancın en az risksiz verim oranı olarak kabul edilen devlet tahvil faizi kadar olmasını beklerler. Faiz oranı yükseldiğinde hisse senetlerini değerlemede kullanılacak iskonto oranı artacağından, hisse senetlerinin fiyatı düşer (İpekten ve Aksu, 2009). Faiz oranı düştüğünde sabit getirili araçların verimi yükseldiğinden yatırımlar hisse senedi piyasasından tahvil piyasasına doğru kaymakta ve bu durum hisse senedi fiyatlarının düşmesine yol açmaktadır. Faiz oranları düştüğünde ise tahvil piyasası cazibesini kaybetmekte ve yatırımlar hisse senedi piyasasına yöneleceğinden hisse senedi fiyatları yükselmektedir. Durukan (1999:27) 1986-1998 dönemi için yaptığı çalışmada hisse senedi fiyatları ile faiz oranı arasında zıt yönlü ve çok güçlü bir ilişki saptamıştır. Hisse senedi reel değerinin hesaplanmasında ve yatırımcının alım ve satım kararı vermesinde faiz oranının doğrudan etkili olduğu, diğer taraftan faiz oranının yükselmesinin işletmenin borçlanma maliyetini artırması nedeniyle hisse senedinin değerinin düşmesine neden olduğu bilinmektedir (İpekten ve Aksu, 2009).

Hisse senedi fiyatları, sermaye hareketleri ve makroekonomik göstergeler gibi çok sayıda değişken tarafından etkilenmektedir. Genelde sermaye hareketleri özellikle istikrarlı ve düzenli olduklarında hisse senedi fiyatları üzerinde olumlu etkileri söz konusudur. Teorik olarak doğrudan yabancı yatırımlar ve portföy yatırımları gibi uluslararası sermaye hareketlerinin ülke ekonomilerinin performansı üzerine olumlu etkileri vardır.

Bu çalışmada yukarıda tanımlanan değişkenler ile geliştirilen aşağıdaki modelin parametreleri En Küçük Kareler ve Prais-Winsten teknikleri ile tahmin edilmekte ve elde edilen sonuçlar birbiriyle karşılaştırılmaktadır.

$$BIST_t = \beta_0 + \beta_1 SPE_{t-1} + \beta_2 CAL_t + \beta_3 DAK_t + \beta_4 MFO_{t+3} + \beta_1 DYY_t + \beta_1 PRY_{t-1} + \varepsilon_t$$

Modelde tipik birinci dereceden ardışık bağımlılık sorunu olduğundan EKK tekniğinin en önemli varsayımı sağlanamadığından otoregresyon yöntemlerinden Prais-Winsten yöntemiyle elde edilen sonuçlar, EKK tekniğiyle elde edilen sonuçlara tercih edilmiştir.

### 5.2. Yöntem ve Bulgular

Makroekonomik değişkenler ile sermaye hareketlerinin BIST-100 endeksi üzerindeki etkisi öncelikle en küçük kareler (EKK) tekniğiyle araştırılmıştır. Zaman serilerinin EKK regresyon analiziyle çözümlenmesi bazı özel sorunlara yol açmaktadır. Çünkü EKK tekniğinin istatistik varsayımları zaman serileri için genellikle sağlanamamaktadır. Nitekim haftalık zaman serileri EKK tekniği ile çözümlendiğinde veri setinde birinci dereceden otokorelasyon sorunuyla karşılaşmıştır. Birinci dereceden otokorelasyon sorunun çözmek için otoregresyon yöntemlerinden uygun olan Prais-Winsten (PW) yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmada kullanılan değişkenlerin ham verilerine ait zamanyolu grafikleri Ek 1'de sunulmuştur. Grafikler incelendiğinde 553 haftalık dönemde BIST-100 endeksi ile altın fiyatları, yabancı portföy yatırımları ve S&P-500 endeksi arasında pozitif yönlü; mevduat faiz oranı ve döviz fiyatları arasında negatif yönlü bir eğilim gözlenmişken doğrudan yabancı yatırımlar arasında ise negatif veya pozitif yönlü belirgin bir eğilim gözlemlenmemiştir. Ayrıca bu dönemde doğrudan yabancı yatırımlar yaklaşık sıfır ortalama etrafında istikrarsız bir eğilim sergilediği görülmektedir.

Model bağımlı değişkeni ile bağımsız değişkenler arasındaki en anlamlı ilişkileri yakalamak amacıyla bağımsız değişkenlerin ileriye veya geriye doğru kaydırılmış serileri ile bağımlı değişken arasındaki çapraz korelasyonlar incelenmiştir. Kaydırılmış çapraz korelasyon katsayıları (CCF=Cross Correlation Function) grafikleri ise Ek 2’de verilmiştir. Bu grafikler yakından incelendiğinde BIST-100 endeksi mevcut dönem ( $t$ ) değerleri ile Standart & Poors endeksi ( $SPE_{t-1}$ ) ve yabancı portföy yatırımlarının ( $PRY_{t-1}$ ) bir önceki dönem ( $t-1$ ); mevduat faiz oranlarının ( $MFO_{t+3}$ ) üç dönem sonraki ( $t+3$ ); dolar alış kuru ( $DAK_t$ ) ve altın fiyatlarının ( $CAL_t$ ) mevcut dönem ( $t$ ) birim değerleri arasında en kuvvetli ilişki tespit edilmiş iken; BIST-100 endeksi ile doğrudan yatırımlar arasında hiçbir gecikme döneminde anlamlı bir korelasyon tespit edilemediği görülmektedir.

EKK tekniği ile elde edilen regresyon analizinin sonuçları Tablo 3 yer almaktadır. Tablo 3 yakından incelendiğinde doğrudan yabancı yatırımlar ( $DYY$ ) hariç diğer bağımsız değişkenlerin ( $SPE$ ,  $CAL$ ,  $DAK$ ,  $MFO$  ve  $PRY$ ) %5 anlamlılık (hata) düzeyinde anlamlı oldukları ve bağımsız değişkenlere ait VIF istatistikleri 10’dan küçük olması modelde çoklu doğrusal bağlantı sorununun olmadığını göstermektedir. Diğer taraftan model özeti istatistikleri incelendiğinde bağımsız değişkenler BIST-100 endeksindeki toplam değişkenliğin (toplam açıklanması gereken bilginin) %88 oranını açıklayabildiği (Düzeltilmiş  $R$ -Kare=0,88), tahminin standart hatasının 6299,4 ve modelin oldukça anlamlı ( $F=677,6$  ve  $p$ -değeri=0,000) olduğu görülmektedir. Durbin-Watson ( $DW$ ) istatistiğinin sıfıra çok yakın çıkmış olması ( $DW=0,047$ ) model hataları arasında birinci dereceden çok güçlü pozitif otokorelasyon sorununun olduğunu göstermektedir.

**Tablo 3: En Küçük Kareler Regresyon Analizinin Sonuçları**

BIST	Katsayı	SH	Beta	t	p >  t	%95 Güven Aralığı		VIF
						Alt Sınır	Üst Sınır	
Sabit	42942,97	5450,31	-	7,88	*0,000	32236,82	53649,12	-
$SPE_{t-1}$	22,09	2,10	0,23	10,51	*0,000	17,96	26,22	2,15
$CAL$	82,67	3,34	0,78	24,76	*0,000	76,11	89,23	4,60
$DAK$	-31439,18	3064,00	-0,29	-10,26	*0,000	-37457,86	-25420,50	3,67
$MFO_{t+3}$	-324,82	33,23	-0,21	-9,78	*0,000	-390,08	-259,55	2,20
$DYY$	0,87	1,19	0,01	0,73	0,464	-1,46	3,20	1,22
$PRY_{t-1}$	1,37	0,64	0,03	2,15	*0,032	0,12	2,63	1,12
$n=553$			$R$ -Kare=0,882			$F(6; 546)=677,6$ (0,0000)		
$DW=0,047$			Düzeltilmiş $R$ -Kare=0,880			Tahminin Standart Hatası = 6229,4		

\* %5 anlamlılık düzeyinde önemli olan katsayıyı göstermektedir. VIF=Variance Inflation Factor.

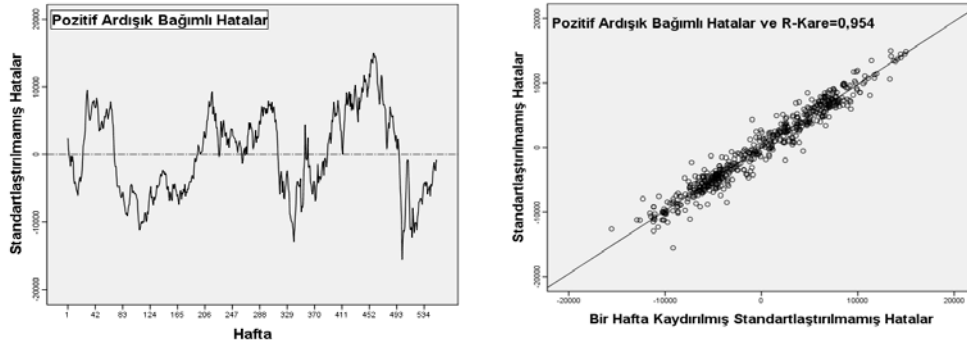
Ardışık bağımlılık durumunda EKK tekniği ile elde edilen sonuçların durağan ve güvenilir olmadığını anlamak zor değildir. Bilindiği gibi zaman serilerinin çoğu trend bileşeninin etkisi altındadır. Trend etkisi altında olan iki zaman serisi arasında gerçekte anlamlı bir ilişki olmamasına rağmen, aralarında sırf genel eğilim (trend) nedeniyle istatistik açıdan anlamlı bir ilişki elde edilebilmektedir. İşte EKK regresyon model hataları arasında birinci dereceden otokorelasyon sorunu olduğunda model verilerini çözümlemede otoregresyon teknikleri uygun yöntemler olmaktadır. Otoregresyon yöntemleri, birinci dereceden ardışık bağımlılık sorununu ortadan kaldırmak amacıyla kullanılmaktadır. En önemli otoregresyon yöntemleri arasında Cochrane-Orcutt (CO), Prais-Winsten (PW) ve Maksimum Likelihood (ML) yöntemi yer almaktadır. PW ve CO yöntemleri ardışık bağımlılık sorununu düzeltmek için modeli dönüştürmektedir. Bu iki yöntemin uygulanabilmesi için seriler üzerinde eksik verinin olmaması gerekir ve pratikte PW yöntemi CO yöntemine genelde tercih edilmektedir. ML yöntemi ise ARIMA algoritması ile aynı yaklaşımı kullanarak ardışık bağımlı-

## C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoresyion Teknikleri ve Bir Uygulama

lılık sorununu düzeltir. ML yöntemi seriler üzerinde eksik veriler olduğu zaman da kullanılabilir. Ayrıca ML yöntemi bağımlı değişkenin kaydırılmış serisi açıklayıcı değişken olarak alınan modellerde kullanılması uygundur.

EKK tekniği ile elde edilen sonuçlara ilişkin model uygunluk grafikleri sırasıyla Şekil 2 ve Şekil 3'te gösterilmektedir. Şekil 2'de EKK regresyon model hatalarının zamanyolu grafiği ile standartlaştırılmamış normal hatalar ile bir hafta kaydırılmış standartlaştırılmamış hatalar arasındaki serpilme grafiği yer almaktadır. Her iki grafik,  $DW=0,047$  istatistiği ile model hataları arasında birinci dereceden çok kuvvetli pozitif otokorelasyon sonucunu şekil üzerinde göstermektedir. Uygun bir regresyon modelinde hataların zamanyolu grafiği sıfır ortalama etrafında rassal bir dağılım göstermesi gerekmektedir. Serpilme diyagramı da benzer şekilde sıfır ortalama etrafında dikdörtgensel bir dağılım göstermesi gerekmektedir. DW istatistiği ve Şekil 2'de verilen model hatlarının grafikleri EKK regresyonuyla elde edilen sonuçların güvenilir ve uygun tahminler olmadığına bir göstergesidir.

**Şekil 2: EKK Regresyon Model Hatalarının Grafikleri**



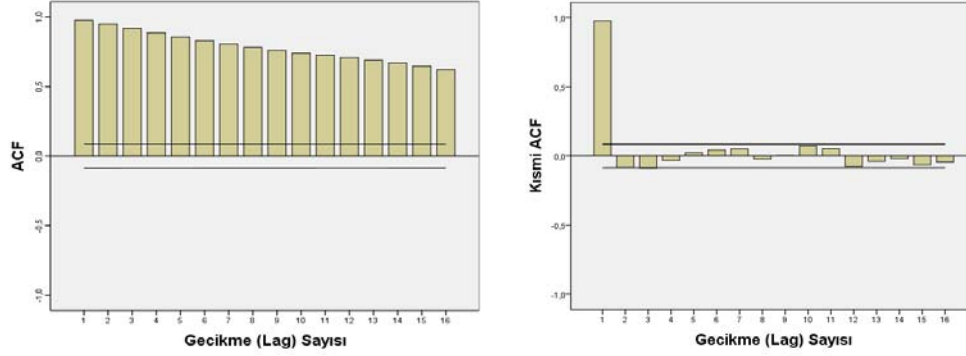
Şekil 3'te ise EKK model hatalarının otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının grafikleri yer almaktadır. EKK modeline ait hataların otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları incelendiğinde serilerin durağan olmadığını ve kısmi otokorelasyon katsayılarından ilkinin anlamlı olması  $AR(1)$  modelinin geçerli olduğunu göstermektedir. Regresyon analizinin model hataları arasında ardışık bağımlılık sorunu olduğunda EKK tekniği ile elde edilen sonuçlara güvenilemez. Ardışık bağımlılık durumunda kısmi regresyon katsayılarının işaretlerine, kısmi regresyon katsayılarının standart hatalarına ve dolayısıyla anlamlılık testlerine güvenilemez. Diğer taraftan çoklu belirlilik katsayısı modelin açıklama düzeyini sağlıklı bir şekilde yansıtmaz ve bu nedenle ardışık bağımlılık durumunda modelin genel anlamlılık testi ( $F$ -testi) güvenilirliğini kaybetmektedir. Prais-Winsten  $AR(1)$  otoresyion yöntemiyle elde edilen sonuçlar Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4 incelendiğinde, Tablo 3'te verilen EKK tekniği sonuçları ile Tablo 4'deki otoresyion yöntemlerinden PW yöntemiyle elde edilen sonuçlar arasında önemli farklılıklar görülmektedir. Doğrudan yabancı yatırımlar ( $DYY$ ) bağımsız değişkeni hariç diğer bağımsız değişkenlerin %5 anlamlılık düzeyinde  $BIST-100$  endeksini açıklamada önemli değişkenler olduğu anlaşılmaktadır.

Altın fiyatlarına ait regresyon katsayısının işareti EKK tekniği ile elde edilen sonuçlarda pozitif işaretli iken, PW tekniği ile elde edilen sonuçlarda teorik beklentilerle uyumlu negatif işaretlidir. Ayrıca model istatistik katsayı büyüklükleri arasında da önemli farklılıklar olduğu anlaşılmaktadır. Modeldeki bağımsız değişkenler  $BIST-100$  endeksindeki değişkenliğin %88 oranını değil, %29,1 oranını açıklayabildiği söylenebilir. Modeldeki bağımsız değişkenler ile Borsa İstanbul-100 ( $BIST-100$ ) endeksi arasındaki ortalama ilişkiyi matema-

tik bir fonksiyonla ifade eden regresyon tahmin denklemi Tablo 4'ten yararlanarak aşağıdaki dibi ifade edilebilir.

**Şekil 3: EKK Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Grafikleri**



Tablo 4 incelendiğinde PW yöntemi, EKK regresyon modelindeki ardışık bağımlılık sorununu çözdüğü ( $DW=d=1,904$ ) görülmektedir. Bu nedenle PW regresyon tekniğiyle elde edilen sonuçların daha güvenilir ve durağan olduğu söylenebilir. Bu sonuçlara göre altın fiyatları (CAL), döviz kuru (DAK) ve mevduat faiz oranı (MFO<sub>t+3</sub>) değişkenleri ile BIST-100 endeksi arasında %5 hata düzeyinde kuramsal beklentilerle uyumlu negatif yönlü anlamlı ilişkiler tespit edilmiştir. Diğer taraftan BIST-100 endeksi ile S&P endeksi (SPE<sub>t-1</sub>) ve portföy yatırımları (PRY<sub>t-1</sub>) arasında %5 anlamlılık düzeyinde kuramsal beklentilerle uyumlu anlamlı pozitif yönlü ilişkiler tespit edilmiştir. Doğrudan yabancı yatırımlar (DYY) ile BIST-100 endeksi arasında tahmin edilen katsayının benimsenen anlamlılık düzeyinde önemsiz olduğu anlaşılmaktadır.

**Tablo 4: Prais-Winsten AR(1) Regresyon Analizinin Sonuçları**

BIST	Katsayı	SH	Beta	t	p >  t	%95 Güven Aralığı	
						Alt Sınır	Üst Sınır
Sabit	82196,52	26423,66	-	3,11	*0,002	30292,05	134101,00
SPE <sub>t-1</sub>	7,48	1,80	0,23	4,15	*0,000	3,94	11,01
CAL	-33,93	10,49	0,78	-3,23	*0,001	-54,53	-13,32
DAK	-16978,07	2121,87	-0,29	-8,00	*0,000	-21146,10	-12810,04
MFO <sub>t+3</sub>	-411,29	152,50	-0,21	-2,70	*0,007	-710,84	-111,73
DYY	-0,04	0,47	0,01	-0,08	0,932	-0,97	0,89
PRY <sub>t-1</sub>	1,29	0,30	0,03	4,38	*0,000	0,71	1,87
n=553	Orijinal- DW=0,047		R-Kare=0,291		F(6; 546)=37,3 (0,000)		
Rho=0,999	Dönüştürmüş-DW =1,904		Düz. R-Kare=0,283		Tahminin SH=1090,3		

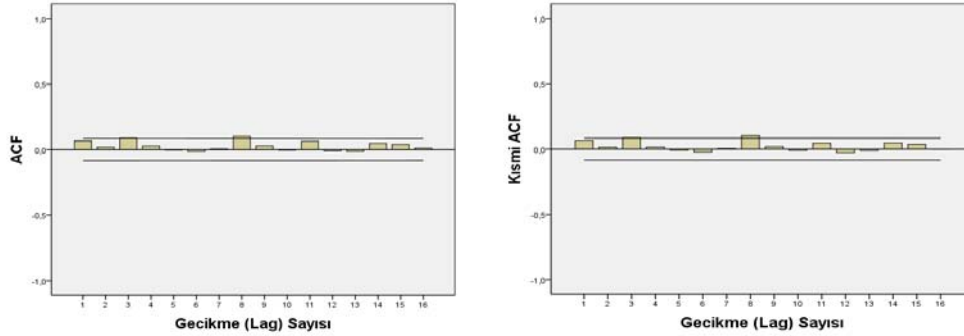
\* %5 anlamlılık düzeyinde önemli olan katsayıyı göstermektedir.

Tablo 4'te verilen regresyon analizinin katsayıları daha açık şekilde şöyle yorumlanabilir: Diğer açıklayıcı değişkenlerin etkisi sabit iken ilgili dönemde SPE<sub>t-1</sub> bir puan yükseldiğinde BIST-100 endeksi ortalama olarak 7,48 puan yükselmekte ve bu yükselişler %95 olasılıkla 3,94 puan ile 11,01 puan arasında kalmaktadır. Bu katsayıya ilişkin test istatistiği (t=4,15) kritik 1,96 değerinden, p-değeri (0,000) %5 anlamlılık düzeyinden ve güven aralığı hipotezleştirilmiş değer olan sıfırı içermediğinden bu artışların %5 anlamlılık düzeyinde oldukça önemli olduğunu göstermektedir. Cumhuriyet altınının fiyatı 1 TL arttığında BIST-

### C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otopregresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

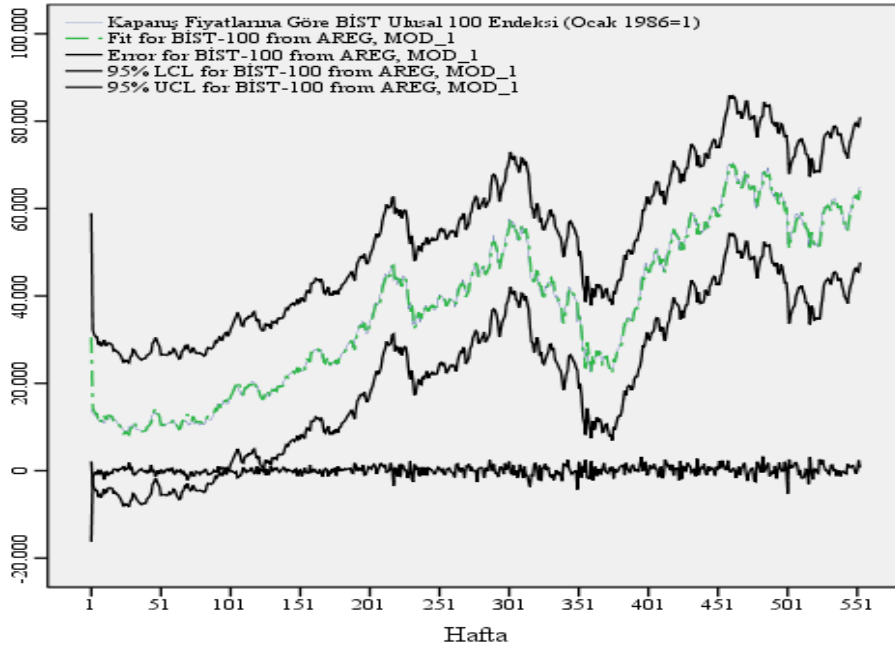
100 endeksinin ortalama olarak -33,93 puan düştüğü ve bu düşüşlerin %95 olasılıkla -54,53 puan ile -13,32 puan arasında bir değişim gösterdiği anlaşılmaktadır. Söz konusu dönem aralığında diğer değişkenlerin etkisi sabit tutulduktan sonra bir hafta geciktirilmiş yabancı portföy yatırımları (PRYt-1) 1 milyon dolar arttığında BIST-100 endeksinin ortalama olarak 1,29 puan arttığı ve bu artışın %95 olasılıkla 0,71 puan ile 1,87 puan arasında kaldığı anlaşılmaktadır. Standartlaştırılmış kısmi regresyon katsayıları (beta) incelendiğinde ise BIST-100 endeksini açıklamada en önemli üç değişkenin sırasıyla CAL (0,78), DAK (-0,29) ve SPEt-1 (0,23) olduğu söylenebilir.

**Şekil 4: PW Hatalarının Otokorelasyon ve Kısmi Otokorelasyon Grafikleri**



PW regresyon modelinin uygun olup olmadığını gösteren model hatalarının otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının grafikleri Şekil 4'te gösterilmektedir. Şekil 4 incelendiğinde otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayılarının anlamlı olmaması (güven sınırlarının içinde kalması) PW regresyon modelinin uygun bir model olduğunun bir kanıtıdır.

**Şekil 5: PW Model Tahminleri, Güven Aralıkları ve Tahmin Hataları**



PW yöntemiyle elde edilen tahminlerin, güven aralıklarının, gözlenen değerlerin ve model hatalarının zaman yolu grafiği Şekil 5’de verilmiştir. Şekil 5 incelendiğinde tahminin standart hatası çok küçük olduğundan güven aralıklarının dar ve tahminlerin oldukça esnek olduğu görülmektedir. Ayrıca model hatalarının zamanyolu grafiğinin sıfır ortalama etrafında rassal bir dağılım göstermesi, geliştirilen regresyon modelinin uygunluğunun bir diğer göstergesidir.

Kısaca model varsayımları sağladığından PW regresyon tekniği ile elde edilen sonuçların EKK tekniği ile elde edilen sonuçlara göre daha tutarlı, durağan ve güvenilir sonuçlar olduğu söylenebilir.

## 6. SONUÇ

En küçük kareler tekniğinin önemli varsayımlarından birisi de model hataları arasında ardışık bağımlılık sorununun olmamasıdır. Zamana serilerine regresyon analizi uygulandığında EKK tekniğinin bu varsayımı genellikle sağlanamamaktadır. Otokorelasyon durumunda kısmi regresyon katsayılarının işaretlerine, büyüklüklerine, standart hatalarına dolayısıyla anlamlılık ve güven aralıklarına güvenilmez. Ayrıca veri setinde ardışık bağımlılık sorunu olduğunda modelin belirlilik katsayısına, tahminin standart hatası ve dolayısıyla modelin genel anlamlılık testine (*F*-testi) güvenilmez. Zaman serilerinde genelde birinci dereceden otokorelasyon sorunuyla karşılaşmaktadır. Yani serilerdeki gözlem değerleri genelde bir önceki birim değeri ile anlamlı ilişki gösterir. Regresyon analizinde birinci dereceden otokorelasyon sorununun çözmede kullanılan yöntemlere ise otoregresyon yöntemleri adı verilmektedir.

Çalışmada öncelikle otokorelasyon sorunu ayrıntılı bir şekilde tartışıldıktan sonra 11.01.2002 ile 10.08.2012 dönemine ait 553 haftalık zaman serisi verilerin kullanılarak Standart & Poors endeksi (*SPE*), altın fiyatları (*CAL*), döviz kuru (*DAK*), mevduat faiz oranı (*MFO*) makroekonomik değişkenler ile yabancı portföy yatırımları (*PRY*) ve doğrudan yabancı yatırımlar (*DYY*) gibi sermaye hareketlerinin *BIST-100* endeksi üzerine olan etkileri uygun olan PW otoregresyon yöntemiyle araştırılmıştır.

Sermaye hareketlerinin özellikle istikrarlı ve düzenli oldukları zaman hisse senedi fiyatları üzerinde olumlu etkileri söz konusudur. Araştırma sonuçlarına göre doğrudan yabancı yatırımlar (*DYY*) ile *BIST-100* endeksi arasında anlamlı bir ilişkinin tespit edilememesi ilgili dönem aralığında ülkemizdeki doğrudan yabancı yatırımların istikrarlı ve düzenli bir eğilim göstermemesiyle açıklanabilir. Bu durum Ek 1’de çalışmada kullanılan değişkenlerin zamanyolu grafiği verilmiştir. Bu grafiklerden doğrudan yabancı yatırımlara (*DYY*) ait zamanyolu grafiği incelendiğinde bu durum açık bir şekilde gözlenmektedir.

Altın fiyatları (*CAL*), döviz kuru (*DAK*) ve mevduat faiz oranı (*MFO*) makroekonomik değişkenleri ile *BIST-100* endeksi arasında tahmin edilen kısmi regresyon katsayısının negatif işaretli olması ise altın, döviz kurunun ve faizin ülkemizdeki hisse senetlerine uzun dönemde alternatif bir yatırım aracı olarak görülebileceğini göstermektedir. Diğer taraftan yabancı portföy yatırımları (*PRY*) ve Standart & Poors endeksi ile *BIST-100* endeksi arasındaki kısmi regresyon katsayılarının işaretlerinin pozitif ve anlamlı olması bu değişkenlerin *BIST-100* endeksi ile aynı yönde hareket ettiğinin ve endeksin tahmin edilmesinde önemli birer değişken olduğunun bir kanıtıdır. *SPE*, Türkiye menkul kıymetler piyasasının, uluslararası piyasalarla uyumlu (bütünleşmiş) olduğunu ortaya koymaktadır. Çalışmada açıklayıcı değişken olarak kullanılan altı değişkenden anlamlı çıkan 5 değişken *BIST-100* endeksindeki toplam değişkenliğin (bilginin) yaklaşık olarak %28,3 oranını açıklayabilmektedir ve bu durum endeksi açıklamada etkili olabilecek başka değişkenlerin varlığının bir göstergesidir.



C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otoregresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

**KAYNAKÇA**

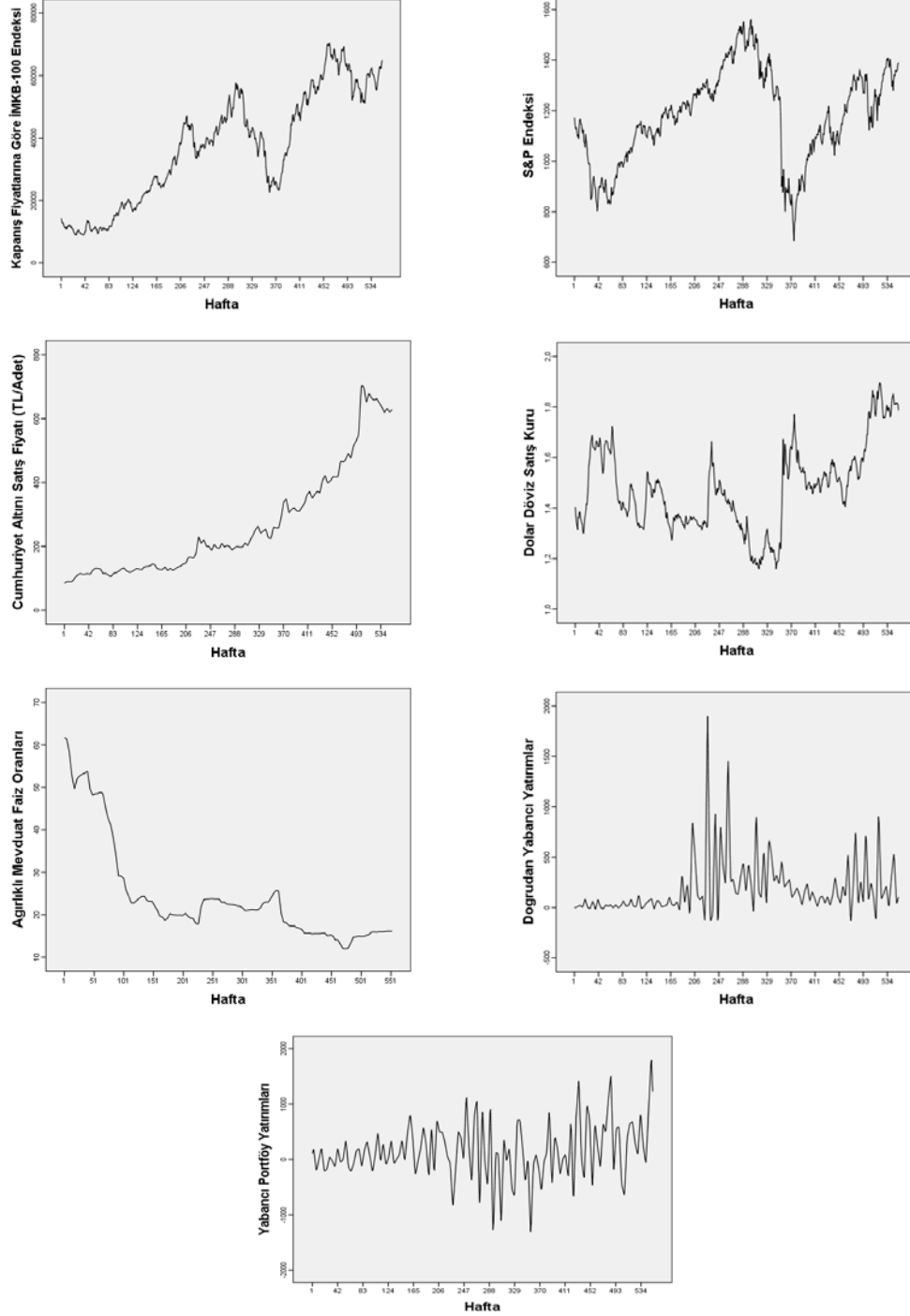
- AKAIKE, H. (1974). A New Look At the Statistical Model Identification, *IEEE Transaction on Automatic Control*, AC-19, 716-723.
- BOX, G. E.P. ve PIERCE, D.A. (1970). "Distribution of the Residual Autocorrelation in Autoregressive Moving Average Times Series Model," *Journal of American Statistical Association*, 65, 1509-1526.
- BREUSCH, T.S. (1978). "Testing for Autocorrelation in Dynamic Linear Models," *Australian Economic Papers*, 17, 334-355.
- DAVIDSON, R. ve MACKINNON, J.G. (2004). *Econometric Theory and Methods*, Oxford University Press, Oxford.
- DRAPER, N. R. ve SMITH, H. (1981). *Applied Regression Analysis*, Wiley, New York.
- DURBIN, J. ve WATSON, G. (1950). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression," *Biometrika*, 37, 409-428.
- DURBIN, J., (1970). "Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression when some of the Regressors are Lagged Dependent Variables," *Econometrica*, 38, 4410-4421.
- FAHIDY, T.Z. (2006). "An Application of Durbin-Watson Statistics to Electrochemical Science," *Electrochimica Acta*, 51, 3516-3520.
- GODFREY, L.G. (1978). "Testing for Higher Order Serial Correlation in Regression Equations when the Regressors Include Lagged Dependent Variables," *Econometrica*, 46, 1303-1310.
- GODFREY, L.G. (2007). "Alternative Approaches to Implementing Lagrange Multiplier Test for Serial Correlation in Dynamic Regression Models," *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, 3282-3295.
- GUJARATI, D.N. (1995). *Basic Econometrics*, 3<sup>rd</sup> Ed., McGraw-Hill, New York.
- HATEMI-J, A. (2004), "Multivariate Test for Autocorrelation in the Stable and Unstable VAR Model," *Economic Modeling*, 21, 661-683.
- İPEKTEN, O.B. ve AKSU, H. (2009). Alternatif Yatırım Araçlarının İMKB Endeksi Üzerine Etkisi, *Ankara Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 13 (1), 413-423.
- JOHNSTON, J. (1984). *Econometric Methods*, McGraw-Hill, New York.
- KOHN, R., ve ANSLEY, C. (1986). Estimation, Prediction, and Interpolation for ARIMA Models With Missing Data, *Journal of the American Statistical Association*, 81, 751-761.
- LJUNG, G.M., BOX, G.E.P. (1978). "On a Measure of Lack of Fit in Times Series Models," *Biometrika*, 66, 265-270.
- MADURA, J. (1998). *Financial Markets and Institutions*, International Thomson Publishing, Ohio.
- MEEK, D.W., PRUEGER J.H., SAUER, T.J., KUSTAS W.P., HIPPS, L.E. ve HATFIELD, J.L. (1999). "A Note on Recognizing Autocorrelation and Using Autoregression," *Agricultural and Forest Meteorology*, 96, 9-17.

- RAO, C.R. (1973). *Linear Statistical Inference and Its Application*, Second Edition, Willey, New York.
- SCHWARTZ, G. (1978). Estimating the Dimensions of a Model, *Annals of Statistics*, 6, 461-464.
- SPSS Inc. (2010). *IBM SPSS Statistics 19 Algorithms*, SPSS Inc., Chicago.
- TARI, R. (1996). *Ekonometri*, Alfa Yayınları, Ankara.
- YAMAK, R. ve KÖSEOĞLU M. (2009). *Uygulamalı İstatistik ve Ekonometri*, Celepler Matbaacılık, Trabzon.

C.19, S.1 Otokorelasyon Durumunda En Küçük Kareler Tekniğinin Alternatifi Otopregresyon Teknikleri ve Bir Uygulama

**EKLER**

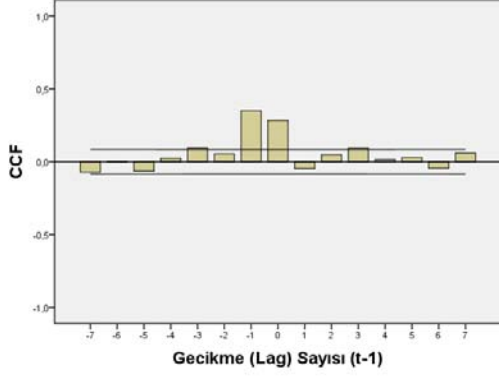
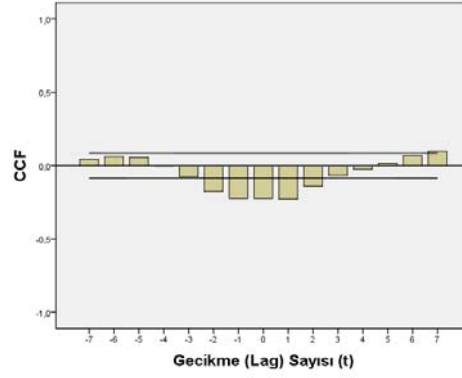
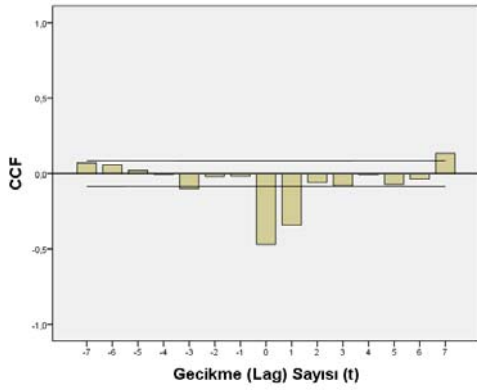
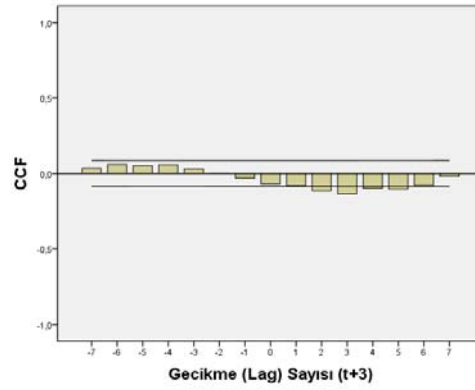
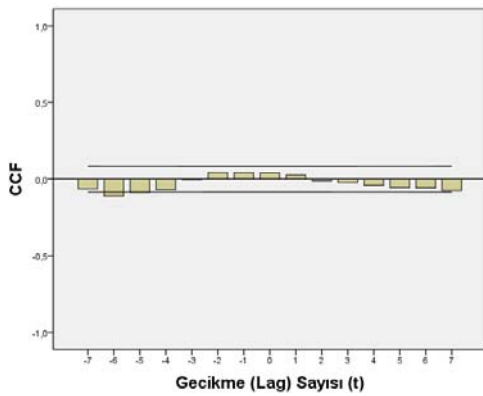
**Ek 1: Araştırmada Kullanılan Değişkenlerin Zamanyolu Grafikleri**



---

**Ek 2: Durağanlaştırılmış Seriler Arasındaki Kaydırılmış Korelasyon Katsayıları**


---

***BIST-100 ve SPE******BIST-100 ve CAL******BIST-100 ve DAK******BIST-100 ve MFO******BIST-100 ve DYY******BIST-100 ve PRY***